ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНО- МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.

Автор: Шамин Александр Михайлович, учитель математики

Согласно п. 33.1 обновлённых ФГОС учебный предмет «Математика» предметной области «Математика и информатика» включает в себя учебные курсы «Алгебра», «Геометрия», «**Вероятность и статистика**».

Читаем во **ФГОС** далее: «Достижение обучающимися планируемых результатов освоения программы основного общего образования по учебному предмету «Математика» в рамках **государственной** итоговой аттестации включает результаты освоения рабочих программ учебных курсов «Алгебра», «Геометрия», «**Вероятность и статистика**».

Ранее содержание курса «Вероятность и статистика» был интегрирован или, я бы сказал, расплён по курсам «Математика 5-6» и «Алгебра 7-9». Элементы комбинаторики, представление статистической информации в виде таблиц и диаграмм встречались в 5-6 классах, описательная статистика в 7-8 классах, а именно: обработка эмпирических данных посредством нахождения среднего, размаха, моды и медианы и представление информации в виде полигона частот и гистограмм.

В 9 классе вводились элементы теории вероятностей, на что отводилось вместе с комбинаторикой не более 10 часов.

Теперь же, эти знания будут даваться детям в рамках учебного курса «Вероятность и статистика 7-9». Причина в том, что в современном цифровом мире вероятность и статистика приобретают всё большую значимость. Каждый человек постоянно принимает решение на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в

условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление. Именно поэтому остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей. Большое значение здесь имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностно-математическими моделями.

Я начну с простейших математических моделей, изучаемых в этом курсе.

- Приглашаю на сцену фокус группу из 4 участников. Пожалуйста, прошу!

Представьте, что вы пришли в кафе и вам надо занять места за столиком, предлагаю посчитать сколькими способами, вы это можете сделать.

На первый стул у нас 4 претендента.

На второй стул – 3 претендента.

На третий стул – уже 2 претендента.

На четвёртый стул – 1 человек, без вариантов.

Это можно сделать по так называемой формуле умножения: $4*3*2*1 = 24$.

Мы бы потратили с вами массу времени, если бы подсчитывали количество способов посадки опытным путём, как это изображено на дереве перебора вариантов.

- Занимайте места.

Раз мы затронули тему кафе, то у каждого, кто туда собирается, наверное, всегда дома встаёт вопрос, что туда? (надеть).

Открыли шкаф и там 5 юбок, 7 блузок и 4 жакета. Сколько существует вариантов одеться, ни разу не повторившись?

Посетители заняли свой столик и далее меню приносит официант, либо оно уже лежит на столике. А так как это не ресторан, а кафе, то меню у него относительно скудное и состоит из 5 закусок, 3 первых блюд, 4 вторых блюд и 4 третьих (напиток+десерт). Сколькими способами можно заказать себе обед?

Пока учителя ужинают в кафе после трудовой недели, ученики в количестве 5 человек собрались в парке на скамейке. И я предлагаю нашим участникам, после сытного обеда, наслаждаясь спокойной музыкой, решить 3 задачи, связанные с отдыхом подростков.

Задача 1

Сколькими способами 5 подростков могут разместиться на скамейке?

Задача 2

Сколько существует различных вариантов одеться подростку из 2 пар кроссовок, 3 спортивных штанов и 5 футболок?

Задача 3

Сколькими способами подростки могут перекусить из 6 видов мороженого, 5 видов шоколадок и 3 сортов сока?

Пока участники решают задачи, перейду к вероятностным моделям.

Вот простая задача из КИМ ОГЭ ГИА-9.

На столе в корзине лежат пирожки, одинаковые на вид: 3 с мясом, 5 с капустой и 2 с вишней. Чему равна вероятность, что вытянутый наугад пирожок будет с мясом?

(с вишней - , с мясом - , с капустой -)

Задача очень простая, для того, чтобы её решить необходимо и достаточно знать классическое определение вероятности, а именно: это отношение количества благоприятных исходов события, заключающегося в том, чтобы вытащить пирожок с мясом, к общему количеству равновозможных исходов, равному количеству пирожков. Делим интересующие меня пирожки, то есть 3, на общее количество пирожков, то есть 10. Получаю 0,3. О чём говорит этот результат? О том, что шансов с первой попытки вынуть пирожок с мясом у меня 30%, что больше, чем с вишней (20%) и меньше, чем с капустой (50%). Данные числа помогают мне лишь оценить свои шансы. Я могу с уверенностью сказать, что шансов вытянуть пирожок с мясом у меня больше, чем с вишней, но меньше, чем с капустой. Если бы я играл на спор с другом, то я, зная свои шансы, сделал бы ставку на пирожки с капустой. Но это не значит, что его бы я и вытянул. Вытянуть такой-то пирожок – случайное событие, которое может произойти или не произойти, и потому, с шансами в 20% или, как говорят, с вероятностью 0,2 с первой попытки мне мог попасться бы и пирожок с вишней.

Если этот опыт повторить много раз, к примеру сто, пометив пирожки определённым образом и каждый раз возвращая вынутый пирожок в корзинку, тщательно перемешивая, и записывать результаты испытаний, то мы увидим, следующую картину: пирожки с вишней вытягиваются в примерно 20 случаях из ста, пирожки с мясом в 50 случаях из ста и пирожки с капустой примерно в половине всех случаев.

$$P_i(A) = k/l$$

Значения, которые мы получили – относительная частота события вынуть тот или иной пирожок, и чем больше мы проведём опытов, тем ближе эти числа будут к вероятностям вынуть тот или иной пирожок.

Посмотрим, как решили задачи наши посетительницы кафе?

Возвращаемся к задаче о пирожках. К чему я завёл речь? Оказывается, с помощью формулы классического и статистического определения вероятности можно решать не только задачи из ОГЭ, но и вполне себе прикладные задачи из нашей жизни.

Никто не задумывался о том, как подсчитать или хотя бы примерно узнать количество рыб в озере? Или как этот подсчёт ведут специалисты рыбного хозяйства? Существуют сложные методики, но суть сводится к решению такой задачи.

Задача.

Как приближённо установить число рыб в озере?

Пусть в озере n рыб. Забрасываем сеть и, допустим, находим в ней m рыб. Каждую из них метим и выпускаем обратно в царство Нептуна. Через несколько дней в такую же погоду и в том же месте забрасываем ту же самую сеть. Допустим, что находим в ней l рыб, среди которых k меченых.

Пусть событие A заключается в том, что «пойманная рыба меченая».

Тогда по формуле относительной частоты $P_l(A) = k/l$.

Но если в озере n рыб и мы в него выпустили m меченых, то согласно формуле классического определения вероятности $P(A) = m/n$.

При достаточно большом числе l имеет место приближённое равенство

$$P_l(A) \approx P(A)$$

А это значит, что можно составить пропорцию $k/l \approx m/n$, откуда $n \approx ml/k$.

Предлагаю посчитать и озвучить нашей фокус-группе и залу число рыб в озере, если $m=50$, $l=20$, $k=2$.

Всем спасибо за внимание, а посетительницам кафе сладкий презент.