

Решение задач на переливание

Автор: Шамин Александр Михайлович, учитель математики, первая квалификационная категория.

Образовательная организация: Муниципальное казённое образовательное учреждение «Зайцевская основная общеобразовательная школа».

Форма: кружковое занятие (1 час) дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы социально-педагогической направленности «Математическая школа».

Предметная область: Математика.

Тема занятия: Решение задач на переливание.

Возрастная категория обучающихся: 10-12 лет (5-6 классы основной школы).

Цели:

- деятельностная (научить детей новым способам нахождения знания);
- содержательная (сформировать систему новых умений и навыков, расширить знания учеников за счёт включения новых описаний знакомых задач).

Планируемые результаты:

- личностными результатами являются формирование следующих умений и качеств: развитие умений ясно, точно и грамотно излагать свои мысли; креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач; формирование готовности к саморазвитию, дальнейшему обучению; выстраивать конструкции (устные и письменные) с использованием математической терминологии и символики.

- метапредметным результатом является формирование универсальных учебных действий: регулятивных (самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, выдвигать версии решения проблемы, осознавать конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных, а также искать их самостоятельно); познавательных (формировать представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, о ее значимости в развитии цивилизации); коммуникативных (самостоятельно организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом, в дискуссии уметь выдвинуть аргументы и контраргументы).

Тип занятия: урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков.

Формы работы: фронтальная, парная, индивидуальная.

Оборудование: доска, компьютер, проектор, раздаточный материал.

Структура занятия:

1. Этап мотивации (самоопределения) к деятельности.
2. Этап актуализации и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.
3. Выявление затруднения: в чем сложность нового материала, что именно создает проблему, поиск противоречия
4. Разработка проекта, плана по выходу из создавшегося затруднения, поиск оптимального решения.
5. Реализация выбранного плана по разрешению затруднения. Это главный этап урока, на котором и происходит «открытие» нового знания, умений, навыков.

6. Этап первичного закрепления с проговариванием во внешней речи.
7. Самостоятельная работа и проверка по эталону.
8. Включение в систему знаний и умений.
9. Рефлексия.

Ход занятия

Ребята, сегодня мы с вами научимся решать «задачи на переливание».

В американском фильме-боевике 1995 года «Крепкий орешек 3. Возмездие» главный герой, полицейский Джон Маклейн, и его напарник, Зевс Карвер, находят чемодан с бомбой и два пустых бутылки на 3 и 5 литров. Один из них нужно заполнить водой на 4 литра, чтобы обезвредить бомбу. До катастрофы остается 2 минуты... В распоряжении у них 5-ти литровая и 3-х литровая бутылки и фонтан с водой. Чтобы обезвредить бомбу нужно поставить на весы ровно 4 литра воды, если больше или меньше, то бомба взорвется.

Какие переливания нужно совершить Джону и Зевсу, чтобы обезвредить бомбу?

Это классическая задача на переливание.

Задачи на переливание – это задачи, в которых с помощью сосудов известных емкостей (банки, кастрюли, бутылки) требуется отмерить некоторое количество жидкости. Простейший прием решения задач этого класса состоит в переборе возможных вариантов. Такой метод решения не совсем удачный, в нем трудно выделить какой-либо общий подход к решению других подобных задач.

Более систематический подход к решению задач "на переливание" заключается в использовании отдельных таблиц, в которые заносят количество жидкости в каждом из имеющихся сосудов.

Задачи на переливание относят к логическим задачам, решение которых не только очень увлекательный, но и полезный способ времяпрепровождения, как для школьников, так и для взрослых.

Задачи на переливание условно можно разделить на два типа.

I тип – это задачи, в которых необходимо отмерить нужное количество жидкости, имея на руках две и более ёмкости, а также неограниченный источник воды. К таким источникам можно отнести любой водоём (река, озеро), водопроводный кран. Воду можно наливать и выливать сколь угодно количество раз. Однако, набрать необходимое количество воды необходимо за минимальное количество шагов.

II тип – это задачи, в которых количество жидкости ограничено и находится в замкнутом объёме. Обычно в таких задачах речь идёт про жидкости, составляющие ценность: молоко, сок, бульон и т.п. Требуется отмерить нужное количество жидкости, имея на руках пустые ёмкости другого объёма. Такой тип задач сложнее.

Разберём I тип задач.

В задачах на переливание первого типа обычно разрешается (если не сказано другое):

- заполнять жидкостью один сосуд до краев;
- переливать жидкость в другой сосуд или выливать жидкость;
- наливать в сосуд ровно столько жидкости, сколько в нем помещается;
- разрешается переливать всю жидкость из одного сосуда в другой, если она в него вся помещается;
- разрешается отливать из одного сосуда в другой столько жидкости, сколько необходимо, чтобы второй сосуд стал полным.

При решении задач первого типа можно использовать такой алгоритм:

1. Наполнить большую ёмкость жидкостью из бесконечного источника.
2. Перелить из большей ёмкости в меньшую ёмкость.
3. Вылить жидкость из меньшей ёмкости.
4. Повторить действия 1-3 до тех пор, пока не будет получено обозначенное в условии задачи количество жидкости.

Лучше всего все этапы решения задачи фиксировать в таблице.

Итак, поможем героям фильма «Крепкий орешек 3» обезвредить бомбу.

№ шага	Ёмкость 3 литра	Ёмкость 5 литров	Комментарий
0	0	0	Изначально ёмкости пустые
1	0	5	Наполняем полностью 5-литровую бутылку
2	3	2	Из 5-литровой бутылки отливаем воду в 3-литровую до краёв, остаётся 2 литра в большой ёмкости.
3	0	2	Опорожняем 3-литровую ёмкость
4	2	0	Переливаем оставшиеся 2 литра воды из большей ёмкости в меньшую
5	2	5	Заполняем до краёв большую ёмкость
6	3	4	Отливаем из большой ёмкости воду в меньшую ёмкость до краёв. Остаётся в большой ёмкости требуемые 4 литра воды.

Итак, задача решена, мы получили ровно 4 литра воды, используя ёмкости в 3 и 5 литров. Бомба обезврежена, герои спасены.

При решении задач первого типа можно рассуждать с конца.

1. Как в результате можно получить 4 литра?
– Из 5-литрового сосуда отлить 1 литр.
2. Как это сделать?
– Надо в 3-литровом сосуде иметь ровно 2 литра воды.
3. Как их получить?
– Из 5-литрового сосуда отлить 3 л.

Кратко решение задачи можно занести в такую таблицу:

№	1	2	3	4	5	6
3 л	0	3	0	2	2	3
5 л	5	2	2	0	5	4

Можно решить эту задачу иначе, начав заполнять меньшую ёмкость, но тогда количество шагов увеличится.

№	1	2	3	4	5	6	7	8
3 л	3	0	3	1	1	0	3	0
5 л	0	3	3	5	0	1	1	4

Предлагаю самостоятельно, в парах или группой решить такую задачу.

Задача 1.

Имеются два сосуда: больший вмещает 8 литров воды, а меньший вмещает 5 литров.

Как с помощью этих сосудов налить из крана 7 литров водопроводной воды?

Решение:

№	1	2	3	4	5	6	7
8 л	0	5	5	8	0	2	7
5 л	5	0	5	2	2	5	0

Разберём II тип задач.

При решении задач второго типа можно использовать следующий алгоритм:

1. Из большей емкости наполнить емкость промежуточного объема.
2. Перелить жидкость из промежуточной емкости в самую маленькую емкость.
3. Перелить жидкость из самой маленькой емкости в большую емкость.
4. Повторять действия 2-3 до тех пор, пока емкость промежуточного объема не станет пустой.

5. Если емкость промежуточного объема опустела, то повторить действия 1-5 до тех пор, пока не будет получено обозначенное в условии задачи количество жидкости.

Решим такую задачу про кисель.

В кастрюле налито 8 литров киселя. Есть также пустые 3-х и 5-литровая банки.

Требуется отмерить 4 литра киселя. Как это сделать, если кисель нельзя проливать?

Решим задачу, отливая кисель в большую банку.

Кастрюля 8 л	8	3	3	6	6	1	1
Банка 5 л	0	5	2	2	0	5	4
Банка 3 л	0	0	3	0	2	2	3

Задача решена. В 5-литровой банке ровно 4 литра киселя.

Решим задачу, отливая кисель в меньшую банку.

Кастрюля 8 л	8	5	5	2	2	7	7	4
Банка 5 л	0	0	3	3	5	0	1	1
Банка 3 л	0	3	0	3	1	1	0	3

Задача решена. В 5-литровой банке ровно 4 литра киселя.

Как видим, первым способом понадобилось меньшее количество переливаний.

Предлагаю самостоятельно, в парах или группой решить такую задачу.

Задача 2.

В первый сосуд входит 12 л кваса. Имеются еще два пустых сосуда ёмкостью 5л и 8л.

Как разделить квас на две равные части?

Решение:

12 л	12	4	4	9	9	1	1	6
8 л	0	8	3	3	0	8	6	6
5 л	0	0	5	0	3	3	5	0

Задача решена. Квас разделили на две равные части.

Итак, логические задачи составляют обширный класс нестандартных задач. К классу логических задач относятся и задачи на переливания. Задачи на переливание - это

непривычные математические задачи. Задачи на переливания – это задачи, в которых с помощью сосудов известных емкостей требуется отмерить некоторое количество жидкости.

В задачах на переливания требуется указать последовательность действий, при которой осуществляется требуемое переливание и выполнены все условия задачи. Если не сказано ничего другого, считается, что все сосуды без делений и нельзя переливать жидкости "на глаз".

Задачи для самостоятельного решения:

1 тип. Как, имея два ведра: емкостью 5 и 9 литров, набрать из реки ровно 3 литра воды?

Решение:

№	1	2	3	4	5	6	7	8
9 л	9	4	4	0	9	8	8	3
5 л	0	5	0	4	4	5	0	5

Задача решена. В 9-литровом сосуде получили ровно 3л.

2 тип. Бидон ёмкостью 10 л наполнен молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 л в семилитровый бидон, используя при этом ещё один бидон, вмещающий 3 л. Как это сделать?

Решение:

1) способ: Отливаем молоко в меньшую ёмкость

10 л	7	7	4	4	1	1	8	8	5	5
7 л	0	3	3	6	6	7	0	2	2	5
3 л	3	0	3	0	3	2	2	0	3	0

Задача решена: в 7-литровом бидоне получили ровно 5 литров молока.

2) способ: Отливаем молоко в большую ёмкость

10 л	3	3	6	6	9	9	2	2
7 л	7	4	4	1	1	0	7	5
3 л	0	3	0	3	0	1	1	3

Задача решена: в 7-литровом бидоне получили ровно 5 литров молока.

Рекомендуемая литература:

Задачи на смекалку. 5 – 6 классы: пособие для учащихся общеобразовательных учреждений / И.Ф. Шарыгин, А.В. Шевкин. – 10-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 95 с.